تكوين المنحنيات والرسوم البيانية
بواسطة طريقه „ أحسن توافق "

زهير محمد على الجلبي
منظمة الطاقة الذرية

تنقيح ومراجعة

رزكار نابي جياووك

د . محمد على شلال

1 ـ المقدمة

إن التقدم الحاصل في مجال الحاسبات بصورة عامة اضافة الى التطور الحاصل في تقنية اشباه المواصلات والذي أدى الى ظهور دوائر الكترونية معقدة تمتاز بصغر حجمها ورخص ثمنها ومن الأمثلة على ذلك شيوع استخدام الحاسبات الدقيقة والذاكرات ذات السعة الكبيرة وغيرها ، كل ذلك فتح آفاقا واسعة امام تطبيقات متعددة مهمة .

من هذه التطبيقات أجهزة السيطرة على العرض المرئي لأغراض تكوين وتصميم هياكل مختلفة ورسومات بيانية وعرض رموز وأرقام .

ولغرض مساعدة المبرمج في رسم دوال وهياكل مختلفة ولتحويل دالة لرسم مستمر الى نقاط متقطعة باحداثيات x – y وجعل الخطأ الناتج أقل ما يمكن ثم اختيار طريقة « أحسن توافق » «BEST FI I METHOD» وسأتطرق في الصفحات القادمة الى شرح نوعين من الخوارزميات حسب الطريقة المذكورة احداهما لرسم قطع مستقيم بحيث تقوم الخوارزمية المذكورة بعملية الرسم بعد اعطائها البداية والنهاية من قبل المبرمج والخوارزمية الأخرى لرسم مقاطع منحنيات لدوائر يحدد في ذلك مركز الدائرة ونصف قطرها .

ويمكن استخدام هاتين الخوارزميتين في تشكيل هياكل مختلفة وذلك باستخدام المبرمج لهما في برنامجه بحيث يكونان كبرامج مساعدة لبرنامجه الرئيسي دون الخوض في التفاصيل الدقيقة لعرض النقاط على الشاشة لتشكيل المستقيمات او الدوائر ومن ثم تجميعها في برنامجه لرسم أشكال مختلفة كالمربع والمستطيل وهكذا . . .

استخدمت العارضة الشبكية (الشاشة التلفزيونية) ، والتي هي عبارة عن مصفوفة بحجم (MXN) لها M من خطوط المسح الأفقي وكل خط يحوى N من النقاط ، في عرض قطع المستقيمات والدوائر .

2 ـ قطعة الخط المستقيم

نفرض أن المستقيم المطلوب رسمه يبدأ بالاحداثيات X_1 , Y_1 وينتهي بالاحداثيات X_2 , Y_2 .

كما في الشكل (I) فيكون ميل الخط أما مقرب الى الأعلى (A) أو الى الأسفل (B)

فإذا كانت (S) هي الزيادة المطلوبة في (X) لكل وحدة من قيم X فان :

$$S = \frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{\Delta X}{\Delta Y}$$

نأخذ قيمة (S) مقربة الى أقرب عدد صحيح .

أن نقاط النهاية (A' أو B') تكون مكافئة للباقي (R) ومتناسبة مع Δy

(عندما تكون N عدد صحيح) $\quad \Delta X = N \ \Delta Y + R$

(مقربة الى الأعلى) $\quad A' = \Delta Y - R$

(مقربة الى الأسفل) $\quad B' = R$

أن شرط التمايز (أي الشرط الذي سوف يتم رسم الخط A بدلا من الخط B على أساسه) هو عندما يكون $A' = B'$

أو $R = \Delta Y / 2$

أي أن خطأ نقاط النهاية تكون بين الصفر و $\frac{\Delta Y}{2}$ مع ملاحظة عكس دورx

و y عندما يكون الميل أكبر من 45 درجة .

وبمعنى آخر عندما تكون $x < 45$ درجة ، علينا أن نحسب الزيادة الحاصلة في y لكل خطوة من x .

من الواضح بأن استخدام نقاط النهاية فقط لكي نحصل على زيادة رقمية ثابتة لقطعة الخط غير كافية لذا علينا اما أن نحتفظ بقيمة (S) كعدد كسري واستخدامه بشكل مستمر لكي يعطي قيم مجردة لـ X و Y أو أن نستعمل طريقة « أحسن توافق » كما سيتم احتسابها ادناه :

الشكل (2) يبين الخط المستقيم المطلوب رسمه من نقطة X_1, Y_1 الى نقطة X_2, y_2 وحدات مربعة حيث يتم تحديد مكان النقطة التالية باستخدام المعلومات من النقاط السابقة ففي المربع الأول يبين الخطأ النسبي لاستخدام المواقع 1 (A1) او الموقع 2 (B1) كالآتي :

$$E_1 = \frac{A_1}{B_1} = \frac{\Delta y \ / \ \Delta X}{1 - \Delta y / \Delta x}$$

$$= \frac{\Delta Y}{\Delta X - \Delta Y}$$

فعامل التمايز يكون

$$R' = 2 \ \Delta Y - \ \Delta X$$

وبعبارة أخرى اذا كان $\Delta X > 2 \ \Delta Y$ يجب استخدام الموقع (1) بدلا من الموقع (2) .

وفي المربع الثاني نرى بأن عامل التمايز يعتمد على القرار الذي تم اتخاذه في المربع الأول كما يلي : ـ

(الموقع 4 و5) $$E_2 = \frac{A_2}{B_2} = \frac{2 \ \Delta Y - \ \Delta X}{2 \ \Delta X - 2 \ \Delta Y}$$ أو

$$E_2 = \frac{1 + A_2}{A_2} = \frac{2 \Delta y}{2 \Delta Y - \Delta X}$$ (الموقع 3 و4)

ومن هذا نجد بأن عامل التمايز "R له شكلان :

$$R'' = 2 \Delta Y - \Delta X + 2\Delta Y - 2 \Delta X$$

$$= R' + 2 \Delta Y - 2\Delta X (R' > 0$$ (الموقع 4 و5 و

أو

$$R'' = 2 \Delta Y - \Delta X + 2\Delta Y (R' < 0$$ (الموقع 4,3 و

وهكذا تكون القيم بالنسبة للمربعات التالية ، بالاضافة الى ذلك فان دور ΔX و ΔY في المعادلات أعلاه ينعكس في حالة أن $X > 45$ درجة .

وبشكل عام ، اذا كانت P و Q تمثل ΔX و ΔY ففي حالة $X < 45$ درجة فان $\Delta X \equiv P$ و $\Delta Y \equiv Q$ والعكس صحيح بالنسبة لـ $X > 45$ درجة .

فتكون المعادلات العامة كما يلي :

$$R_I = 2Q - P \text{ ------ ---------- } (1)$$

$$R_I + 1 = R_I + 2Q - 2P \; (R_I > 0)$$

أو -------- (2)

$$R_I + 1 = R_I + 2Q \; (R_I < 0)$$

أي بمعنى آخر ، فان شكل عامل التمايز يعتمد على النقاط السابقة وقيمته تعتمد على انحدار الخط اضافة الى النقاط السابقة .

هناك خوارزمية (انظر المصدر 2) لتعميم المعادلتين (1) و (2) الآنفة الذكر

لكي تستخدم لكافة قطع المستقيم ولكن قبل الدخول في تفاصيل هذه الخوارزمية يجب التكلم عن جدول التحركات المطلوبة ورموزها .

2-1 التحركات المطلوبة ورموزها :

الخوارزمية التي سيتم شرحها أدناه هي لاحتساب الرمز المطلوب لكل حركة من نقطة البداية الى النقطة المجاورة لها بشكل أفقي و/ أو عمودي .

أدناه رموز لكافة التحركات الممكنة

الرمز :	1	2	3	4	5	6	7	8
X :	0	+1	+1	+1	0	−1	−1	−1
y	+1	+1	0	−1	−1	−1	0	+1

لأجل سهولة التحول من قيم X و Y التي يتم احتسابها بواسطة الخوارزمية نستحدث جدولا له فهرس (INDEX (I)) يتألف من 16 رمز ليمثل كافة التحركات ضمن الثمانية رموز المبينة أعلاه حيث يحدد اتجاه الخط بضمن ($0 < Q < 45$) وعليه نختار I او $I - 1$ لحركة خط مستقيم واحد .

ويكون الجدول كما يلي : -

INDEX (I):	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
MOVE CODE:	1	2	3	2	3	4	5	4	5	6	7	6	7	8	1	8

إن استخدام الجدول يكون على شكل أزواج ، (2,1) (4,3) . . . الخ ومنها يتم معرفة التحرك فيما اذا كان عموديا ، أفقيا أو على ميلان قدره 45 درجة كما هو موضح في الشكل (3) .

2.2 خوارزمية الخط المستقيم

أدناه خوارزمية الخط المستقيم بصورة رمزية يمكن برمجته الى أي لغة من لغة الحاسبات .

2.2.1 نهج معالجة المتجه $(X_1, Y_1 / X_2, Y_2)$

$A = X_2 - X_1 \qquad B = Y_2 - Y_1$

$D = A + B \qquad L = B - A$

2.2.2 ايجاد المقطع المناسب للتحرك واحتساب قيمة الفهرس (I) لاستخدامه في جدول التحركات .

I = 0

IF B $\geqslant$ 0 THEN I = 2

IF D $\geqslant$ 0 THEN I = I + 2

IF L $\geqslant$ 0 THEN I = I + 2

IF A $\geqslant$ 0 THEN I = 8 − I ELSE I = I + 10

2.2.3 ايجاد طول المتجه ودرجة ميلانه (أي كونه أقل أو أكبر من 45 درجة)

A = abs (A) $\qquad$ B = abs (B)

L = A + B $\qquad$ D = B − A

IF D = 0 THEN T = A D = − D [set ΔX or ΔY and (ΔX − ΔY) or (ΔY − ΔX)] ELSE T = B

2.2.4 لايجاد نوع التحرك فيما لو كان على استقامة الاحداثيات أو يكون 45 درجة معها .

```
E = 0
LOOP = A = D + E      B = T + E + A
IF B > 0 THEN E = A
```

والتحرك يكون وفق الفهرس I

```
L = L − 2
ELSE E = E + T
```

والتحرك يكون وفق الفهرس (I − 1)

```
L = L − 1
IF L > 0 THEN GO TO LOOP
RETURN
```

3 ـ المنحنيات الدائرية

من الممكن تطبيق فكرة الخط المستقيم على أشكال أكثر تعقيدا بطريقة « أحسن توافق » ومن هذه الأشكال المنحنيات الدائرية .

الشكل (4) يبين مقطعا لمنحني دائري في مصفوفة نقطية (DOT MATRIX) ففي هذه الحالة يجب علينا أن نقرر اذا كان المنحني المطلوب رسمه يقع ضمن احداثيات المصفوفة ، أي نقطة داخلية أو خارجية بالنسبة للمنحني الدائري أي بمعنى آخر العلاقة

$$r_e - r_o < r_o - r_i$$

$$r_e + r_i < 2r_o$$

فيكون عامل التمايز

$$R_i = r_e + r_i - 2r_o \qquad (3)$$

اذا كان RI > 0 فان الرسم يكون خارجيا $(X_I, Y_I + 1)$

اذا كان RI فإن الرسم يكون داخليا $(X_I - 1 , Y_I + 1)$

ومن الشكل (4) فإن قيم أنصاف الأقطار الخارجية والداخلية هي كما يلي :

$$r_e^2 = X^2 + (y+1)^2$$
$$r_i^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2$$

وباستخدام الفرضية بأن في $r^2, 1$ يكون $r \doteq r - 1$ حيث يمكن تطبيقها بشكل جيد عندما تكون قيمة ($5 < 1 \times 1$) .

بالامكان تبسيط المعادلة (3) كالآتي :

$$R_I = (2x-1)^2 + (2y+2)^2 - 4 r_o^2 \qquad (4)$$

هذه العلاقة صحيحة فقط في المجال التي تكون به زاوية Q $(45 > 0 > 0)$ النقطة التالية والتي تعتمد على النقطة الأولى من الممكن التعبير عنها كما يلي :

$$R_{I+1} = R_I + 8(y+1) + 4 \quad (R_I < 0)$$
$$R_{I+1} = R_I + 8(y+1) + 4 - 8(x-1) \quad (R_I > 0)$$

وعلى فرضية أن المركز هي (0 , 0) وأن أول نقطة يتم رسمها تقع على المحور السيني فهذا يعني $x = r_o , y = Q$

وبالتعويض في المعادلة رقم (4) نحصل على

$$R_I = 5 - 4 r_o \qquad (5)$$

3.1 خوارزمية لرسم المنحنيات الدائرية

إن التماثل (SYMMETRY) في هذه الخوارزمية هو أن كل مقطع دائرة ، يمثل

$\frac{1}{8}$ من دائرة ، هو صورة مرآتية (IMAGE) للمقطع الذي سبقه وعليه فبمجرد قلب العوامل الأساسية لتكوين المقطع نستطيع أن نرسم كافة المقاطع الأخرى اضافة الى ذلك أن المطلوب احتساب القيم لمقطع واحد فقط وخزنه في مصفوفة احادية ذات حجم قدره 0.75R تقريبا حيث R هو نصف قطر الدائرة وأن عدد النقاط اللازمة لرسم مقطع دائري واحد هو $\frac{2\pi R}{8} = \frac{\pi R}{4} = 0.75R$

أما التحركات فيتم تحويلها الى الرموز اللاحقة باستخدام جدول الرموز المعطى في الفقرة (2.1) أعلاه وفيما يلي خوارزمية المنحنيات الدائرية

نهج المعالجة (X, Y, R) (مركز الدائرة ونصف قطرها)

النسق $M(0:0.75 * R)$

3.1.1 تثبيت القيم الأولية

$L = R \quad A = 4 * L \quad C = 2 * A$

$J = 1 \quad D = 4$

3.1.2 لايجاد التمايز الأول (المعادلة (5))

$A = 5 - A$

3.1.3 توليد المقطع الدائري

LOOP : IF $A \geqq 0$ THEN $C = C - 8$

$A = A - C$

$M(J) = 1$ (نقطة داخلية)

$L = L - 2$

```
ELSE M (J) = 0                                        (نقطة خارجية )
L = L − 1
J = J + 1
D = D + 8
A = A + D
IF L > 0        THEN GO TO LOOP
```

3.1.4 لرسم المنحنيات لكافة المقاطع الحركة المجردة (X + R, Y) موقع البداية والنهاية

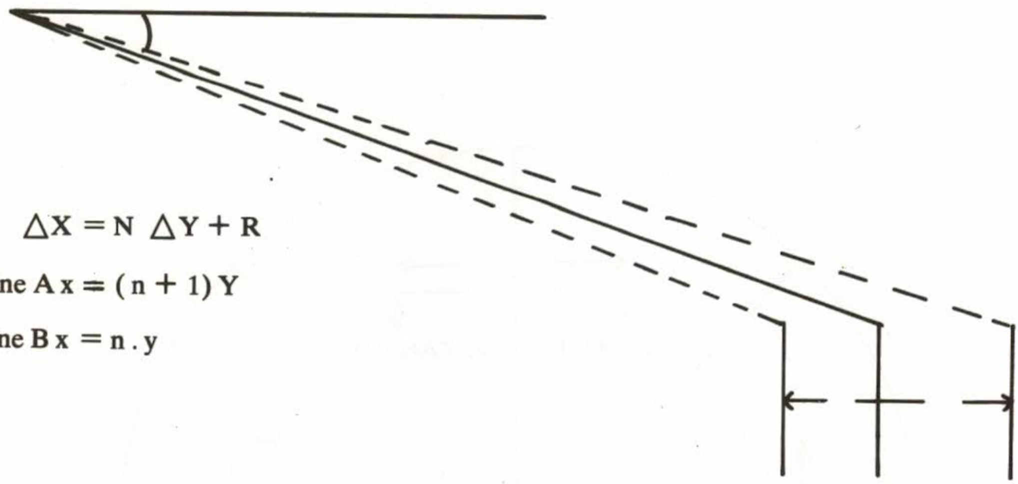
```
I = 15   L = 0   D = 1   J = 0
LABEL,   L = R + L
            IF L = 0 THEN GO TO LABEL 3
                                     (حالة خاصة عندما R = 1 )
LABEL 2 J = J + D
            A = M (J)
            MOVE (CODE (I + A))
            L = L − A − 1
            IF L ≥ 0 THEN GO TO LABEL 2

LABEL 3D = − D    (قلب العوامل الأساسية للصورة المرآتية )
         J = J + L − D
         I = I − 2
         IF I > 0 THEN GO TO LABEL 1
RETURN
```

الخلاصة

مما تقدم يتضح أن طريقة « أحسن توافق » لها فوائد كثيرة فهي بسيطة التطبيق خاصة في برمجة الحاسبات الدقيقة والتي غالبا ما تكون برموز الحاسبة الاساسية حيث أن السرعة المطلوبة لرسم الأشكال المختلفة تحتم كتابة البرامج المساعدة بلغة الحاسبة الاساسية والتي من الممكن طلبها واستعمالها من قبل المبرمج في برنامجه الذي قد يكون مكتوبا بلغة عليا .

إن الطريقة المذكورة تتعامل بجمع وطرح اعداد صحيحة فقط والتي لا تتطلب كلمات مزدوجة كما هي الحال في التعامل مع اعداد الكسور ، اضافة الى الوقت المستغرق في العمليات الحسابية عند استعمال اعداد الكسور .

إن مدى انسياب الخطوط والمنحنيات يعتمد على انتقاء النقاط على شاشة العرض (RESOLUTION) وبصورة عامة فبالنسبة للخطوط المستقيمة من الواضح أن الخطوط الأفقية والعمودية والتي تكون زاوية قدرها 45 درجة تكون لها انسيابية عالية جدا اما بالنسبة للمنحنيات الدائرية فكلما ازدادت قيمة نصف القطر كلما كانت انسيابية المنحنيات جيدة .

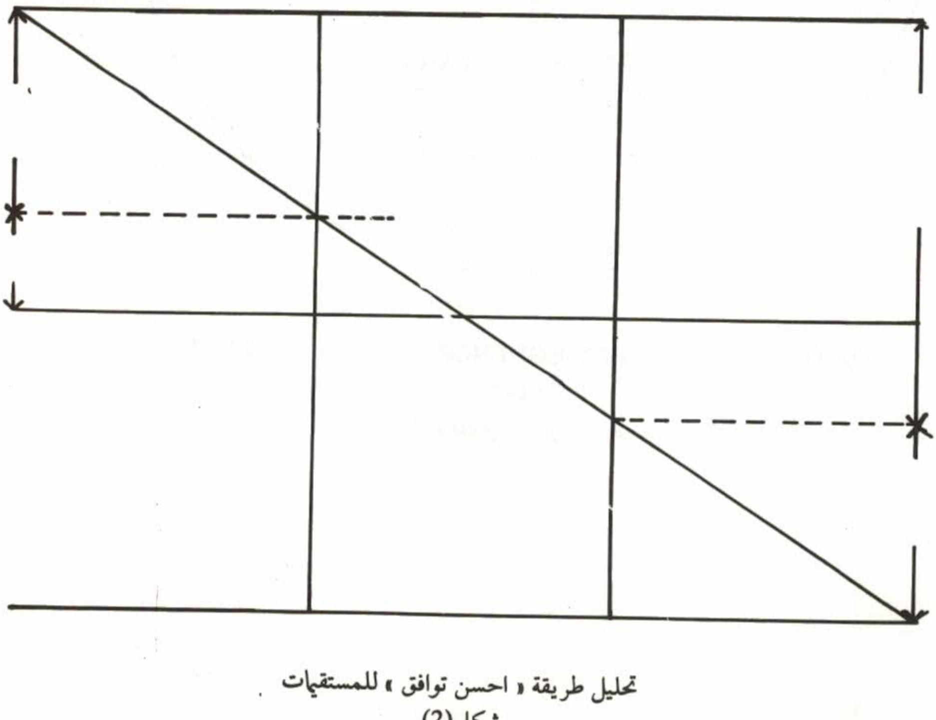


$$\Delta X = N \ \Delta Y + R$$

Line A $x = (n + 1)\, Y$

Line B $x = n \,.\, y$

شكل (١)
Constant Increment Slopes
زيادة قيمة ثابتة للمنحدرات



تحليل طريقة « احسن توافق » للمستقيمات
شكل(2)

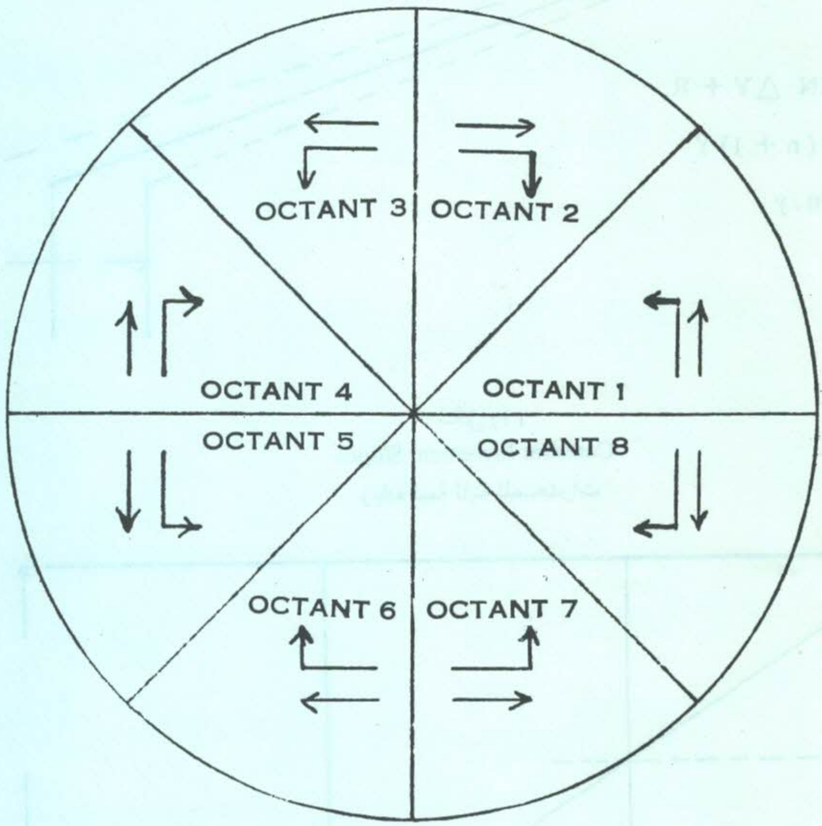
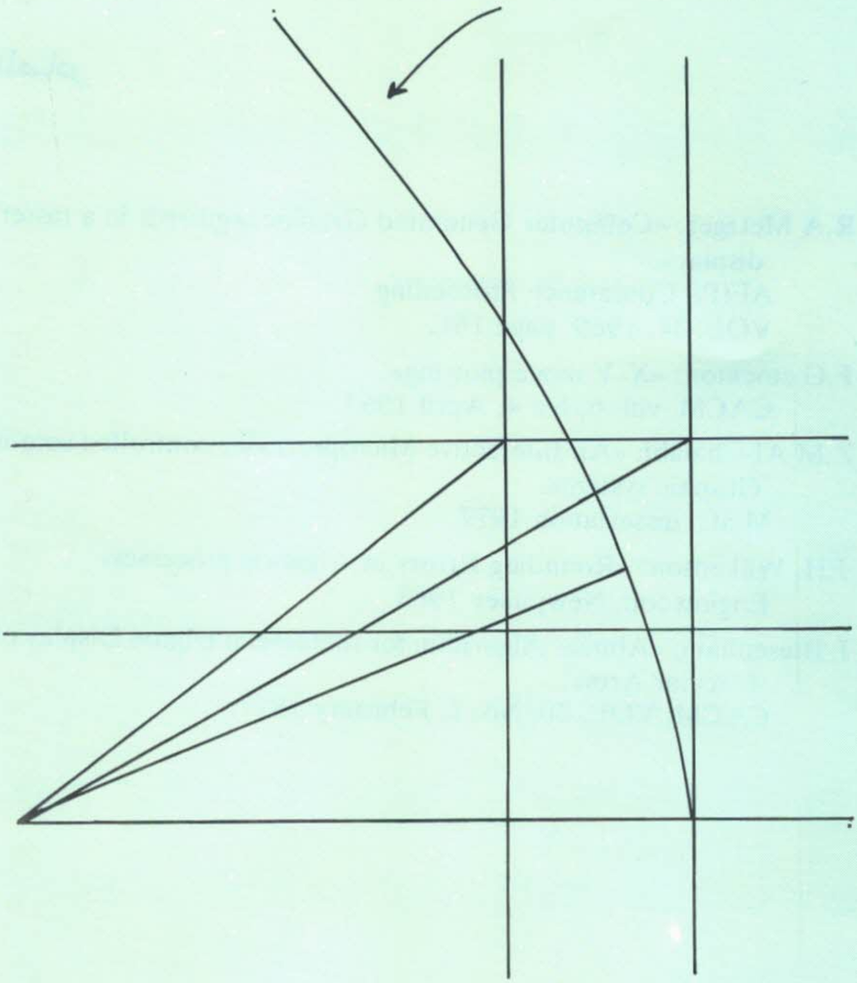


FIGURE 3 X- Y ADRESS SEQUENCE FOR EACH OCTANT
شكل(3)
اتجاه المتحركات في كل مقطع



A = External Point at (x, y + 1)
B = Internal Point at (x − 1, y + 1)

FIGURE 4. «BEST FIT» FOR CIRCLE

شكل (4)

تحليل طريقة « احسن توافق » للمنحنيات الدائرية

المصادر

1) R.A Metzger: «Computer Generated Graphic segments in a raster display».
AFIPS Conference Proceeding
VOL. 34, 1969. page 161.

2) F.G stockton: «X-Y move plotting».
CACM, vol. 6, No 4, April 1963.

3) Z.M Al-Chalabi: «An Interactive Microprocesser controlled colom Graphic system».
M.SC. dissertation 1977.

4) J.H. Wilkenson: «Rounding Errors in Algebric processes»
Englowood, Newjersey 1963.

5) J. Btesenham: «Alinear Algorithm for Incremetal Digital Display of Circular Arcs».
CACM, VOL. 20, No. 2, Februery 1977.