"الحاسبات الالكترونية"
العدد ١٧ السنة ١١
١٤٠٧ هـ ـ ١٩٨٧ م

المنطـق المضبـب

مدخل لتصميم انظمة الذكاء الاصطناعي

د . منذر نعمان بكر ـ مركز البحوث الالكترونية والحاسبات

سامي كاظم الرماحي ـ منظمة الطاقة الذرية ـ بغداد

خلاصـة :

يقدم هذا البحث على نحو تمهيدي ، نظرية المجموعات المضببة ومنطقها كنظام متكامل ، يمكن من خلالها تصميم الات ذات ذكاء اصطناعي متفوق . حيث تم شرح مفهوم دالة الانتساب المتدرجة ، وتعريف عمليات المنطق المضبب الاساسية ، ورابطة التضمين المضبب واخواتها . ومن ثم انتقلنا الى امتحان اصول الاستنتاج المضبب بمثال المسيطر الذي يستخدم المنطق المضبب ، وفي الختام ، اشرنا الى اسلوب نقل دلالة الالفاظ اللغوية الى خوارزمية مضببة باستخدام طريقة التقريب اللغوي .

قائمة بالرموز المعتمدة

الرمز	المعنى
$U_i V$	الاتحاد المضبب
$\cap_i \wedge$	التقاطع المضبب
$-$	« لا » المضببة
C,B,A	مجموعات مضببة
$F_A(X)$	دالة انتساب العنصر (X) في المجموعة المضببة (A)
$\bar{A}$	القيمة المتممة للمجموعة المضببة (A)
$\supset$	رمز التضمين المضبب
ϵ	رمز الانتماء
$\forall$	لكل
γ	جداً
σ	قليلا
R	علاقة مضببة
YxW	الضرب الكارتيزي
$\equiv$	التكافؤ المضبب
T (s)	درجة صدق التصريح المضبب (s) .

١ـ المقدمـــة :

إن البحث غير المنقطع لعلماء الانظمة وفلاسفة المنطق ، بصورة عامة ، وعلماء الحاسبات والمهندسين ، بصورة خاصة لفهم عمليات الادراك والتفكير الذهني لدى الانسان لمحاكاتها بصورة افضل ، جعل من بزوغ نظرية المجموعات المضببة ضرورة حتمية لسد الفجوة الموجودة بين دقة الرياضيات بادواتها المتعارف عليها والغموض وعدم الوضوح والضبابية المنتشرة في واقع حال كل الانظمة الواقعية وبضمنها الانسان ، كان العلماء سابقاً ، يحاولون مطابقة الانظمة الواقعية مع بعض النماذج الرياضية ولا يدعون مجالاً للضبابية بل وحتى يحاولون وصف القوانين التي تتحكم بتصرف الانسان بمفاهيم رياضية مشابهة لتلك الموظفة في تحليل الانظمة غير الحية ، لذلك عجزوا عن تصميم الة ذات ذكاء اصطناعي يمكنها من تلخيص المعلومات او فهم المعنى او اتخاذ القرارات في ظروف غير واضحة او ترجمة اللغات ، بينما الانسان قادر على اداء تلك المهمات لمقدرته على التفكير والاستنتاج باستخدام متغيرات لغوية ذات درجة صدق تدريجية (مضببة) وروابط مضببة واحكام استنباط ء

مضببة وهذا مايدعى بالمنطق المضبب . والذي جعل بمقدور الانسان فك رموز وقراءة الخط اليدوي المكتوب بغير اعتناء او التأكيد على بعض المهمات التي تساعده في اتخاذ القرار . . . وما الى ذلك من المهمات . بينما نجد ان منطق حاسبة عصرنا الحاضر ثنائي ، اما صح او خطأ . فالانتقال حاد ومفاجيء بين الانتماء او عدم الانتماء في مجموعة او صنف معين ، ولا يدع مجالا للانتقال التدريجي والذي هو حال الانظمة الواقعية . من هنا برزغت الحاجة لانشاء جهاز رياضي ذي منطق مضبب ليكون اساساً في تصميم انظمة ذات ذكاء اصطناعي متفوق . لذلك اعتبر (Raphael) (١) المنطق المضبب مرشحاً ليكون كنظام حل المسائل وبرهنة النظريات الرياضية في انظمة الحاسبات المستقبلية المفكرة .

ان المنطق ، بصورة عامة ، عملية بلورة لطبيعة التفكير التركيبية معتمداً على اختيار بديهيات تنبع منها قوانين صارمة يستند عليها في ربط الاخبار لانشاء التصريحات ، لذلك فمن الطبيعي ان نجد عدداً غير متناهٍ من انظمة المنطق لاختلاف بديهياتها .

فنجد المنطق الثنائي الذي يرتبط بنظرية (Boole) للمجموعات ، وكذلك نجد المنطق المضبب ملازماً لنظرية المجموعات المضببة . فالمنطق الثنائي يعتمد على جداول الصدق لاستنباط كذب او صدق دالة منطقية ما . بينما المنطق المضبب يعتمد على العمليات التي تنجز على مجموعات مضببة لاستنباط درجة صدق تصريح معين الذي يكون عدداً حقيقياً بين الصفر والواحد .

ان الهدف الجوهري من نظرية المجموعات المضببة ، التي اهتدى اليها (Zadeh) (٢) ، هو لجعل اسلوب استنتاج الحاسبة مقارباً لاسلوب الاستنباط البشري ، لتعزيز مقدرتها في اداء المهات المذكورة انفاً . وقد لقي هذا البحث (٢) والاسهامات اللاحقة للباحث (Zadeh) ، صدى كبيراً بين الباحثين والعلماء ، بحيث نجد ان عدد البحوث في تزايد واتساع . فبينما كان في سنة ١٩٦٥ هنالك بحثان فقط ، اصبح العدد (٦٩) بحثاً في (١٩٧٠) ، وزاد على (٦٠٠) بحث في سنة (١٩٧٥) ، انظر (Gaines) (٣) . وقد اخرج (Kandel) سنة (١٩٨٢) في ثبت مراجع كتابه (٤) اكثر من ثلاثة الاف بحث ، سود بها (١٥١) صفحة ، اشتملت على بحوث نظرية وعملية في مجالات متعددة ، منها علوم الحاسبة وهندسة السيطرة والنظم والالات الذكية والفلسفة والمنطق والاقتصاد والادارة وبحوث العمليات . . الخ . وفي سنة (١٩٨٤) قدم (Zadeh) (٥) مسحاً لاهم التطبيقات الهندسية التي ساهمت في انشاء حاسبات ذكية باستخدام المنطق المضبب ، تنوعت من السيطرة على عملية ما ، الى منظومات الخبرة . الى تمييز الانماط ، وحتى فهم الحاسبة للحس العام .

اما هدف هذا البحث المتواضع فلن يكون سوى مقدمة تعريفية للقارىء العربي بهذه النظرية والمنطق التابع لها ، لما لمسه المؤلفان من فائدة وقوة هذه الاداة عند استخدامها في تمييز انماط تخطيط القلب كهربائياً . انظر سامي الرماحي (٦) او في تمييز انماط الارقام العربية المكتوبة يدوياً (٧) و (٨) ، باستخدام خوارزمية مضببة توظف المنطق المضبب .

املين استفادة الباحثين من هذه الاداة الناجة في سبر اغوار الضبابية المنتشرة في جميع الصنوف الواقعية للاشياء والتي تتمثل بعدم وجود التايز الواضح بين انتاء الاشياء او عدم انتائها الى صنف معين ، مثلا ، صنف الاذكياء او صنف العلماء او صنف الاعداد الضخمة ... الخ . فالضبابية هي وجه الواقعية المتميز والمنتقص من قدرها باهمالها وعدم اعطائها حصتها من البحث والتمحيص .

٢ ـ المجموعة المضببة :

إن مجموعة مضببة ماهي عبارة عن فئة أو صنف لها منطق يؤهلها أن تكون كطريقة طبيعية للتعامل مع المسائل التي يكون فيها مصدر الغموض ليس من وجود المتغيرات العشوائية ، بل هو نابع من غياب معايير حدية لدالة انتساب ذلك الصنف . وهذا ماسيتم توضيحه من خلال الفقرات التالية .

لنفترض وجود مجموعة شاملة ، X ، متكونة من نقاط أو أشياء :

$$X = \{Xi\} \quad \text{.....(١)}$$
$$i = 1,2,3, ...$$

فأية مجموعة فرعية مضببة ، A ، في المجموعة الشاملة ، X ، ستتميز بدالة إنتساب ، $F_A(X)$، التي سترفق مع كل عنصر ، X ، عدد حقيقي من الفترة (صفر ، ١) ، بحيث أن هذه القيمة العددية تمثل درجة إنسجام (أو انسياق) ذلك العنصر مع المفهوم الذي تحاول تلك المجموعة المضببة تمثيله . لذلك كلما اقتربت قيمة ، $F_A(X)$ ، من الواحد كلما كانت درجة إنتساب ، X ، أقوى في (A) ، فنظرية المجموعة المضببة تجيب عن السؤال : كم هي قوة إنتساب العنصر (K)؟ . إذن فالمجموعة المضببة هي عبارة عن أزواج مرتبة :

$$A = \{(F(Xi) ، Xi)\} . \ i = 1 ، 2 \quad \text{.....(٢)}$$
$$F_A(Xi) : X \longrightarrow [0 ، 1] \quad \text{.....(٣)}$$
$$i = 1 ، 2 ، .....$$

مثال : لنأخذ بنظر الاعتبار صنف كل الاعداد الحقيقية التي لها قيمة أكبر بكثير من ثلاثة . فمفهوم المجموعة التقليدي لايستطيع تمثيل هذا الصنف من الاعداد الحقيقية لعدم وجود مقياس حدي بين الانتاء وعدم الانتاء . لذلك سنستخدم مجموعة مضببة ، A ، تعبر عن « أكبر بكثير عن الثلاثة » والتي لها دالة الانتساب التالية :

$$F_A(X) = 0 \quad \text{if} \leqslant 3.0 \quad \text{.....(٤)}$$

$$F_A(X) = \frac{X - 3.0}{X} \qquad \text{if } X > 3.0 \quad \ldots\ldots (٥)$$

فأختيار دالة الانتساب المذكورة آنفاً هو ذاتي بطبيعته ولكنه يعكس سياق المسألة قيد الدرس ، أي يجب أن تكون دالة الانتساب جديرة بالقبول . فلو بدلنا شرط المعادلة (٤) بشرط المعادلة (٥) لاعطت دالة الأنتساب مفهوماً معكوساً تماماً للاتفاق العام حول التعبير اللغوي : « أكبر بكثير عن الثلاثة » .

أعطى **(Kandel)** (٩) تبريرات مقنعة عن سبب الاختيار الذاتي لاي دالة إنتساب ، ومنها استحالة القياسات في بعض التطبيقات ، مثل العمليات الكيمياوية المعقدة ، أو التكاليف الباهضة في الوقت والمال . بينما أورد **(Ragade)** (١٠) طرقاً رياضية للمساعدة في الكشف عن دالة الانتساب المناسبة للتطبيق مستنداً على كون المجموعة الشاملة ، X ، هل هي محدودة العناصر أو غير متناهية .

٣ ـ عمليات المنطق المضبب الاساسية :

كما ذكرنا في المقدمة بأن المنطق المضبب لايعتمد على جداول الصدق ولكنه يتم بتحقيق عمليات أساسية ، تسمى بالروابط المضببة ، على مجموعات مضببة معينة للوصول الى استنتاج منطقي ما . لنفترض وجود المجموعات المضببة **(A)** و **(B)** و **(C)** والتي لها ، على التعاقب ، دوال الانتساب . $F_A(X)$. و . $F_B(X)$. و . $F_C(X)$. فأن العمليات الأساسية يمكن أن تشمل الآتي :

أ ـ الاتحاد المضبب :

ان اتحاد مجموعتين مضببتين **(A)** و **(B)** ، هو مجموعة مضببة **(C)** ، ويكتب :

$$C = A \ U \ B \qquad \ldots\ldots\ldots (٦)$$

بحيث تكون دالة انتساب **(C)** مرتبطة بدوال انتساب كل من **(A)** و **(B)** :

$$F_C(x) = \text{Max}\,[F_A(x) \, , \, F_B(x)] \, , \forall \ x \in X \qquad \ldots . (٧)$$

وللاختصار تكتب :

$$F_C = F_A \vee F_B \qquad \ldots\ldots\ldots (٨)$$

لاحظ ان الاتحاد المضبب بين **(A)** و **(B)** هو اصغر مجموعة مضببة تحتوي كلتا المجموعتين المضببتين .

ب ـ التقاطع المضبب :

ان تقاطع دالتين مضببتين (A) و (B) هو دالة مضببة (C) ، ويكتب :

$$C = A \cap B$$

..... (٩)

وتكون له دالة انتساب مرتبطة بدالة انتساب كل من (A) و (B) كالتالي :

$$F_C(x) = \text{Min}\,[F_A(x) \, , \, F_B(x)] \, , \forall \, x \in X$$

..... (١٠)

وللاختصار تكتب :

$$F_C = F_A \wedge F_B$$

..... (١١)

لاحظ ان التقاطع المضبب بين (A) و (B) هو اكبر مجموعة مضببة محتواة في كلتا المجموعتين المضببتين .

ج ـ القيمة المتممة المضببة : ان القيمة المتممة لمجموعة مضببة (A) هي مجموعة مضببة يرمز لها ($\bar{A}$) وتكون دالة الانتساب كالتالي :

$$F_{\bar{A}}(x) = 1 - F_A(x)$$

..... (١٢)

والذي يحقق المبدأ التالي : اذا كان

$$F_A(x) > F_B(x)$$

..... (١٣)

فان

$$F_{\bar{A}}(x) < F_{\bar{B}}(x)$$

..... (١٤)

ولكنه لا يحقق المباديء المتعلقة بالمنطق الثنائي التالية :

١ ـ مبدأ التناقض الذاتي : فاذا كان

$$A \supset \bar{A}$$

..... (١٥)

فان ذلك يعني :

$$A = 0$$

..... (١٦)

ولكن نظرية المجموعة المضببة تعطي معادلة (١٥) تفسيراً اكثر واقعية :

$$F_A(x) \leq F_{\bar{A}}(x) \, , \forall \, x \in X$$

..... (١٧)

٢ ـ مبدأ استثناء الوسط :

$$A \cup \bar{A} = 1$$

..... (١٨)

ولكن نظرية المجموعة المضببة تعتمد التفسير التالي :

$$F_{A \cup \bar{A}}(x) = \text{Max}\,[F_A(x), F(x)] \, , \forall \, x \in X$$

.... (١٩)

٣ ـ مبدأ التضاد :

$$A \cap \bar{A} = O \quad \ldots\ldots (٢٠)$$

ولكن باستخدام نظرية المجموعة المضببة فالنتيجة :

$$F_{A \cup \bar{A}}(x) = \text{Min}\,[F_A(x) \, ، \, F_{\bar{A}}(x)] \, ، \, \forall x \in X \quad \ldots\ldots (٢١)$$

بعد ذكر تعاريف العمليات الاساسية في المنطق المضبب ، نود ان نناقش فلسفياً اجابة التساؤلات التالية :

ـ لماذا تم اختيار عملية الاعلى لتقوم بعمل الاتحاد المضبب ؟

ـ لماذا تم اختيار عملية الادنى لتقوم بعمل التقاطع المضبب ؟

ـ وما الشروط الطبيعية الواجب توفرها في الدالة المتممة لكي تربط قيمة صدق كل من (X) و (not x) ؟

بما ان دالة الانتساب هي عبارة عن قيمة كمية لدرجة التصديق الذاتية ، لذا فانها تسلط قيوداً طبيعية على القيمة الذاتية لصدق تصريح ما ، كما في التعبيرين التاليين :

"X OR Y" ..... (٢٢)

"X AND Y" ..... (٢٣)

فالقيمة الذاتية في (٢٢) يجب ان لا تتناقص اذا كان التقييم الذاتي للمتغير (X) او للمتغير (Y) في تزايد . كذلك وجوب عدم تزايد القيمة الذاتية في (٢٣) في حالة تناقص التقييم الذاتي للمتغير(X) او للمتغير (Y) . لذلك اصبح حتمياً وفريداً اختيار عمليتي الاعلى والادنى كأداتين طبيعيتين للتعبير عن الاتحاد المضبب والتقاطع المضبب على التعاقب . الان ، كيف تم اختيار القيمة المتممة ؟

$$F(\text{not } x) = N\,[F(x)] \quad \ldots\ldots (٢٤)$$

حيث ان (N) هي القيمة المتممة والتي تحقق التالي :

$$N(0) = 1 \quad \ldots\ldots (٢٥)$$

$$N(1) = 0 \quad \ldots\ldots (٢٦)$$

$$N[N(F(x)] = F(x) \quad \ldots\ldots (٢٧)$$

وان قيمة (N) يجب ان تكون متواصلة وفي تناقص .

فاذا كانت قيمة المتغير (x) في تزايد فيجب تناقص قيمة المتغير (not x). وبذلك تم اختيار الدالة المتممة كالآتي

$$F(\text{not } X) = 1 - F(x) \quad \ldots\ldots (٢٨)$$

إن العمليات المضببة الأساسية تحقق للمجموعة المضببة بعض الصفات المعروفة في المنطق الثنائي وليس جميعها .

وسنذكر هنا مدى تحقق نظرية دي مورغن في المنطق المضبب ، ومن أراد الاستزادة فهنالك العديد من المصادر (١١) و (١٢) و (١٣) . إذا كان لدينا مجموعتين مضببتين (A) و (B) ، فأن نظرية دي مورغن ستأخذ الصيغة التالية :

$$(\overline{F_A \wedge F_B}) = \overline{F_A} \vee \overline{F_B} \quad \ldots\ldots (٢٩)$$

$$(\overline{F_A \vee F_B}) = \overline{F_A} \wedge \overline{F_B} \quad (٣٠)$$

وكمثال ، سنبرهن الشطر الثاني من نظرية دي مورغن .

البرهان : الاحتمال الاول :

$$0_A \leq F <_B F \leq 1 \quad \ldots\ldots\ldots (٣١)$$

$$(\overline{F_A \vee F_B}) = 1 - \text{Max}\,(F_A , F_B) = 1 - F_B$$

$$\therefore \overline{F_A} \wedge \overline{F_B} = \text{Min}\,(1-F_A , 1-F_B)$$
$$= 1-F_B$$
$$\therefore (\overline{F_A \vee F_B}) = \overline{F_A} \wedge \overline{F_B}$$

الاحتمال الثاني ،

$$0 \leq F_B < F_A \leq 1 \quad \ldots\ldots (٣٢)$$

$$\therefore (\overline{F_A \vee F_B}) = 1 - \text{Max}\,(F_A , F_B)$$
$$= 1-F_A$$
$$\therefore \overline{F_A} \wedge \overline{F_B} = \text{Min}\,(1-F_A, 1-F_B)$$
$$= 1-F_A$$
$$\therefore (\overline{F_A \vee F_B}) = \overline{F_A} \wedge \overline{F_B}$$

وبذلك تمت برهنة الشطر الثاني من نظرية دي مورغن ذات المتغيرات المضببة .

٤ ـ الروابط المضببة المركبة :

في المنطق المضبب ، توجد عمليات مركبة تعتمد في تكوينها على العمليات الاساسية المذكورة انفاً ، ولها عظيم النفع في الاستنتاج من التصريحات ذات المحاصيل المضببة . وسنشمل بالتعريف والشرح كلاً من ، التضمين المسبب الذي ورد ذكره في معادلة (١٥) ، والتكافؤ المضبب « وما بعد » التضمين المضبب . قبل ذلك نود ان نوضح معنى « قابلية الاقناع » او التحقيق في المنطق المضبب ، فاذا كانت قيمة صدق تصريح مضبب (S) هي اكبر او مساوية الى (0.5) :

$$T(S) \geq 0.5 \quad \ldots\ldots (٣٣)$$

فإن تفسير ذلك التصريح يدعى مقنعاً او متحققاً ، وبعكسه يكون تفسير التصريح المضبب مدحضاً .

أ ـ **التضمين المضبب** : ان المجموعة المضبة **(A)** تتضمن المجموعة المضبة **(B)** ، وتكتب :

$$C = A \supset B \quad \ldots\ldots (٣٤)$$

اذا كانت المجموعة المضبة **(C)** مقنعة . حيث ان

$$C = A \cup B \quad \ldots\ldots (٣٥)$$

اي ان شرط التضمين المضبب هو :

$$F_A(X) \leq F_B(x) \quad \ldots\ldots (٣٦)$$

لاحظ ان رابطة التضمين المضبب هي محاكاة لمبدأ **(Modus Ponens)** في المنطق المتعدد القيم . وقد اخرج **(Valverde)** (١٤) بحثاً مفيدا حول هذه الرابطة يمكن الرجوع اليه .

ب ـ **التكافؤ المضبب** : يقال لمجموعتين مضبتين **(A)** و **(B)** بأنهما متكافئتين ، وتكتب :

$$C \equiv A \equiv B \quad \ldots\ldots (٣٧)$$

اذا كانت المجموعة المضبة **(C)** مقنعة ، حيث ان

$$C = (A \cup \bar{B}) (\bar{A} \cup B) \quad \ldots\ldots (٣٨)$$

والتي لها دالة انتساب :

$$F_C = \text{Min}\{\text{Max}[F_A, 1-F_B], \text{Max}[1-F_A, F_B]\} \quad \ldots\ldots (٣٩)$$

وقبل الخوض بتعريف رابطة « ما بعد » التضمين المضبب نود ان نعرف المصطلحين الآتيتين :

١ ـ العلاقة المضببة : ان العلاقة المضببة في مجموعة شاملة **(Y)** هي مجموعة مضببة **(R)** في **(YxY)** ، اي ان :

$$R = \{[(X,Y), F_R(X,Y)], X, Y \in Y \text{ and } 0 \leq F_R(X,Y) \leq 1\} . \quad (٤٠)$$

حيث ان :

$$F_R(X,Y) : YxY \longrightarrow [0,1] \quad \ldots\ldots (٤١)$$

ومن اراد امثلة حول هذا المصطلح فليرجع الى **(Kandel)** (١٥) .

٢ ـ المجموعة الفرعية المضببة المشترطة : اذا كانت لدينا مجموعتان شاملتان (X) و (Y) فإن مجموعة مضببة (B) في (Y) ستسمى مشترطة على (X) اذا كانت دالة انتسابها تعتمد على عناصر هذه المجموعة الشاملة . حيث ان دالة انتساب المجموعة الفرعية المضببة المشترطة هي عملية نقل من المجموعة الشاملة (X) الى مجموعة كل المجموعات الفرعية المضببة في (Y) :

$$F_B(Y \,//\, x) ; X \rightarrow F(Y), \forall x \in X \text{ and } \forall y \in Y \quad ..(٤٢)$$

ومن اراد الاستزادة بامثلة حول هذا المصطلح فليرجع الى كتاب (Kaufmann) (١٣) ، صفحة (٧١ ـ ٨٧) .

ج ـ رابطة « ما بعد » التضمين المضببة : والتي تسمى برابطة « إذا كان ـ فأن » المضببة . ان استنتاج مجموعة مضببة (B) في مجموعة شاملة (Y) من مجموعة مضببة (A) في مجموعة شاملة اخرى (X) ويكتب :

$$\text{if A then B} \quad ..(٤٣)$$

يتم باستخدام المجموعة الفرعية المضببة المشترطة $F_B(Y//X)$ ، وعلاقة مضببة (R) التي تربط بين عناصر المجموعتين الشاملتين (X) (Y) ، بحيث ان دالة انتساب (B) سيكون لها الصيغة الآتية :

$$F_B(Y) = \text{Max} \left\{ {}_{\forall x}\text{Min} \left[F_B(Y//x) , F_A(x) \right] \right\} \forall y \in Y \quad ....(٤٤)$$

سنوضح هذا التعريف بمثال (١٣) :

$$X = \{x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7\} \quad ....(٤٥)$$

$$Y = \{Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6\} \quad .....(٤٦)$$

$$A = (x1,.2) , (x2,.3) , (x3,.5) , (x4,1) , (x5,0) , (x6,0) , (x7,.8)$$

$$.....(٤٧)$$

وان عناصر المجموعتين الشاملتين (X) و (Y) مرتبطتان بعلاقة مضببة (R) كما في الجدول الآتي :

X \ Y	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6
x1	0.8	1	0.3	1	0.9	0.9
x2	0.2	0.9	1	0	0.6	1
x3	0.3	0.8	0.9	1	0.8	0
x4	0.5	0	1	1	0.8	0.9
x5	1	0.2	0.9	0.6	0	0.5
x6	0.6	0.8	1	1	0.8	1
x7	0.1	1	0	0.9	0.3	1

يمكن استنتاج قيمة دالة الانتساب في (B) ، والتي هي قيمة الصدق لكل عنصر في المجموعة الشاملة (Y) باستخدام معادلة (٤٤) وبالشكل الآتي :

$$F_B(Y1) = \text{Max Min}\,[F_B(Y1//x) \cdot F_A(x)] \qquad \ldots (٤٨)$$

$$= \text{Max}\,[\text{Min}\,(.8,.2), \text{Min}\,(.2,.3), \text{Min}\,(.3,.5),$$
$$\text{Min}\,(.5,1), \text{Min}\,(1,0), \text{Min}\,(.6,0), \text{Min}\,(.1,.8)]$$
$$= \text{Max}\,[.2,.2,.3,.5,0,0,.1] = 0.5$$

وهكذا ستكون قيمة دالة الانتساب في (B) لبقية عناصر (Y) هي كالآتي :

$$F_{B\,2}(y) = 0.8;\ F_{B\,3}(y) = 1;\ F_{B\,4}(y) = 1;\ F_{B\,5}(y) = 0.8;\ F_{B\,6}(y) = 0.9$$

$$\ldots\ldots (٤٩)$$

$$B = (y,0.5),(y20.8),\ (y,1),\ (y,1),\ (y,0.8),\ (y,0.9)$$
$$1 \qquad 2 \qquad 3 \qquad 4 \qquad 5 \qquad 6$$

.....(٥٠)

لاحظ المؤلفان (٧) إن لرابطة « إذا كان ـ فإن » المضببة فائدة ملموسة في نقل جداول القرار الى خوارزمية مضببة بحيث يمكن معاملتها بواسطة الحاسبة .
كذلك أكد (Kaufmann) (١٦) الدور الاساس الذي تؤديه هذه الرابطة المركبة في التفكير البشري وقد عدّها محاكاة لقاعدة السببية .

٥ ـ الاستنتاج باستخدام المنطق المضبب :

إن المنطق المضبب هو المنطق الرمزي الذي يعتمد على نظرية المجموعة المضببة في جعل مفهوم درجة صدق تصريح ما هو درجة إنتساب عنصر معين لذلك التصريح ، فمثلاً أن قيمة صدق الجملة الانكليزية :

This Snow is White .....(٥١)

هي درجة إنتساب فاعل الجملة (This snow) الى المجموعة المضببة التي تمثل الصفة (White objects) .

إن احكام أو قواعد استنتاج المنطق المضبب تعتمد بالاساس على تعريف كل من الاتحاد والتقاطع والدالة المتممة كعمليات أساسية كما في معادلة (٧) و (١٠) و (١٢) على التعاقب ، وكذلك على رابطة التضمين واخواتها . ويمكن توضيح احكام الاستنتاج المضبب من خلال المثال العملي الآتي :

المسيطر الذي يستخدم المنطق المضبب : لدينا محرك بخاري فيه انشوطة الحرارة ـ ضغط والتي يصعب تمثيلها رياضياً وفق الادوات التقليدية ، وبالتالي لم يكن بالامكان تصميم جهاز مسيطر ، لذلك اعطي المشغل جدول تعليات للسيطرة على هذه الانشوطة . لكن (Mamdani) (١٧) و (١٨) و (١٩) استطاع تصميم مسيطر (حاسبة دقيقة) باستخدام المنطق المضبب لتحويل تعليات السيطرة والتي هي على شكل احكام لغوية الى خوارزمية حسابية ، لنأخذ أحدى هذه القواعد بنظر الاهتمام :

if w = - ve big OR - ve medium
and if Y = - ve small
then Z = + ve medium
else if W = − ve small

and if Y = + ve small
then Z = + ve medium
else .... etc ..... (٥٢)

حيث أن كلاً من (W) و (Y) هي متغيرات يمكن قياسها على نحو تقريبي و (Z) هي فعل السيطرة . لنأخذ آخر شطر من المعادلة (٥٢) :

if W = − ve Small and if Y = + ve Small
then Z = + ve medium ..... (٥٣)

لنجعل

P = "W = − ve Small and Y = + ve Small" .... (٥٤)

إذ أن (p) عبارة مضببة على (W × Y) ولها دالة إنتساب

$$F_p(w,y) = \text{Min}\,[F_{-ve\ Small}(W), F_{+ve\ Small}(Y)] \quad \ldots\ldots\ldots (٥٥)$$

وان رابطة التضمين الآتية :

if p then Z = +ve medium ..... (٥٦)

هي أيضاً عبارة مضببة (Q) معرفة على (Z × Y × W) ولها دالة إنتساب :

$$F_Q(w,y,z) = \text{Min}\,[F_p(w,y), F_{+ve\ medium}(z)] \quad \ldots\ldots (٥٧)$$

وبالتالي فأن ربط أكثر من عبارة مضببة بواسطة (else) سيكون فقرة مضببة (C) معرفة على
(Z × Y × W) ولها دالة انتساب :

$$F_c(w,y,z) = \text{Max}\,[F_{Q1}(w,y,z)_{,Q2}(w,y,z),] \quad \ldots\ldots\ldots (٥٨)$$

وبذلك فأن نقل السيطرة سيشتق من تنفيذ الفقرة المضببة التي تشكل خوارزمية مضببة .

تعليق : إن سبب احتساب رابطة التضمين في معادلة (٥٦) بعملية (Min) راجع لوجهة نظر هندسة السيطرة في وضع الشكل العام لمثل هذه الاحكام اللغوية . فالقاعدة رقم (n) ستأخذ الصيغة الآتية :

(Plant Condition ∈ Condition) and (input ∈ Input)
implies (input ∈ Actual input) ..... (٥٩)

حيث أن **(Condition)** هو محمول مضبب يخصص شروط النظام التي تحتم استخدام هذه القاعدة رقم **(n)** . اما **(Input)** فهو محمول مضبب يخصص قيود الدخل التي تستلزمها القاعدة رقم **(n)** ، وهي :

$$Z = +\text{ ve medium} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (٦٠)$$

اما الادخال الفعلي **(Actual input)** فهو ايضاً محمول مضبب سيحصر فعل السيطرة المسلط على النظام . وكل من **(Condition)** و **(input)** هو متغير مضبب . والان نعيد كتابة المعادلة (٥٩) باستخدام الرموز المنطقية :

$$\text{Condition} \wedge \text{Input} \supset \text{Actual input} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (٦١)$$

وبالمقارنة مع معادلة (٥٦) فأن :

$$P \wedge (z = +\text{ve medium}) \supset \text{Actual input} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (٦٢)$$

وباستخدام رابطة التضمين المضبب فأن :

$$F_{\text{Actual input}}(\text{input}) \geq \text{Min}\,[F_p(w,y),\ F_{+\text{ve medium}}(Z)] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (٦٣)$$

وبما أن لدينا أحكام لغوية من (١) الى **(n)** :

$$F_{\text{Actual input}}(\text{input}) \geq \text{Max}\left\{\text{Min}\,[F_p(w,y)\ F_{+\text{ve medium}}(z)]\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (٦٤)$$

لذلك فأن حصر فعل السيطرة على النظام سيتم بواسطة العملية المركبة **(Max — Min)** في معادلة (٦٤) والتي هي كمعادلة (٥٨) .

٦ ـ التقريب اللغوي :

إن المجموعات المضببة تبسط وتسهل مهمة نقل الاسلوب البشري في الاستنتاج الى الحاسبة الرقمية . وخصوصا الاستنتاج المستخدم في فهم الحس العام . فالانسان يستخدم الكلمات عوضا عن الارقام في وصف تصرف الأنظمة المعقدة . وبواسطة المجموعات المضببة . يستطيع المبرمج من نقل الصفات . مثلا . في اللغة الانكليزية **(beautiful)** و **(tall)** و **(high)** ، وغيرها مباشرة الى برنامج للحاسبة بتوفير دالة الانتساب التي تعرف كل منها . وكذلك حال الملطفات في اللغة الانكليزية مثل **(Very)** و **(Slightly)** و **(More or Less)** فأن نقلها الى برنامج تعالجه الحاسبة ممكن بواسطة المجموعات المضببة .

إن هذا الاسلوب يدعى بالتقريب اللغوي وهو من الأدوات التحليلية في المنطق المضبب .
إن الفكرة الأساسية في المنطق المضبب هي أن خصائص التعبير الانكليزي التالي :

"x is y" ..... (٦٥)

ممكن ان تدرك بواسطة الجملة الآتية :

"x is a member of a fuzzy set y" ..... (٦٦)

حيث أن دلالة الفاظ المعادلة اللغوية في (٦٥) تكمن في أن درجة انتساب (x) الى مجموعة مضببة (y) تمثل درجة صدق التعبير اللغوي في (٦٥) . وبهذا تتحول الجملة الانكليزية في (٦٥) الى دالة انتساب يمكن برمجتها في الحاسبة . وبذلك نكون قد بينا الصلة الطبيعية بين الجمل اللغوية والمجموعة المضببة .
لنأخذ بنظر الاهتمام جملة انكليزية أخرى مشتقة من (٦٥) :

"x is very y" ..... (٦٧)

فاذا كانت المجموعة المضببة (A) تمثل المعادلة اللغوية (٦٥) وإن الملطف (Very) يكتب كرمز ( ) فأن (٦٧) ستكون مجموعة مضببة مشتقة من (A) كما يأتي :

$B = \gamma A$ ..... (٦٨)

والتي لها دالة انتساب :

$F_B(x) = [F_A(x)]^2$ ..... (٦٩)

وبذلك نجد الملطف يمثل طريقة لاشتقاق محصول مضبب جديد بصورة نظامية ، غير معتمد على بنية المجموعة المضببة المسلط عليها .

مثال : اذا كانت المجموعة المضببة (A) تمثل الجملة الانكليزية :

"This boat is beautiful" ..... (٧٠)

فإن الجملة الانكليزية التالية والمشتقة من (٧٠) :

"This boat is very beautiful" ..... (٧١)

ستمثل بمجموعة مضببة (B) بحيث يكون لها دالة انتساب كمعادلة (٦٩) . اما الجملة الانكليزية الآتية :

"This boat is beautiful but not very beautiful" ..... (٧٢)

فيمكن ان تمثل بمجموعة مضببة (C) مشتقة من (A) ، والتي تمثل (٧٠) ، باستخدام الملطف (Y) و " γ " المضببة :

$$C = A \wedge \sim Y \ A \qquad \ldots\ldots (٧٣)$$

بحيث أن دالة انتسابها :

$$F_C(x) = \text{Min}\left\{ F_A(x),\ 1 - [F_A(x)]^2 \right\} \qquad \ldots\ldots (٧٤)$$

تجدر الملاحظة بأن الجملة في (٧٢) ، بدلالة الفاظها ، ممكن أن تعني :

"This boat is slightly beautiful" ..... (٧٥)

فاذا رمزنا للملطف **(slightly)** بالرمز (σ) ، فان الجملة الانكليزية في (٧٥) ممكن ان تمثل بمجموعة مضببة (D) :

$$D = \sigma \ , A = A \wedge \sim \gamma \ A \qquad \ldots. (٧٦)$$

وكذا بالنسبة لبقية الملطفات في اللغة الانكليزية ، فيمكن ان تعرف بدلالة العامل **(Very)** والعمليات المضببة الاساسية مثل الاتحاد والتقاطع والدالة المتممة .

هذه اشارة صغيرة لما يعنيه التقريب اللغوي ، من انه النقل المباشر للمفاهيم اللغوية غير الدقيقة المتكونة من صفات وملطفات الى برامج حسابية عن طريق ايجاد دالة الانتساب المعبرة عن كل متغير لغوي فيها . وضع **(Zadeh)** (٢٠) في سنة ١٩٧٥ أسس التقريب اللغوي وشرح مسائله بالتفصيل .

إن هذا البحث المتواضع يعد مقدمة لمبادىء نظرية المجموعة المضببة وأحكام استنتاج المنطق المضبب ، وهو قليل من كثير ، ومن أراد أن يستزيد فليرجع الى بحث **(Gaines)** (٢١) القيّم الذي فسر باطناب كل من النظرية والمنطق والاستنتاج والتقريب اللغوي المضبب ، وكذلك مقالة **(Zadeh)** (٥) الممتعة والغنية بالتطبيقات العملية التي تؤكد على فائدة هذه النظرية ومنطقها في تصميم المسيطرات على العمليات المعقدة وفهم الحس العام . والاهم هو نقل المعرفة البشرية للحاسبة وتصميم آلات ذات ذكاء متفوق معززة باحكام الاستنتاج البشري . وفي الآونة الأخيرة ظهر ما يدعى بالكيان المادي المضبب ، فقد أكد **(Yama Kawa)** وزملاؤه (٢٢) ، في مؤتمر بكندا ، على أنهم استطاعوا من تصميم تسعة دوائر تؤدي كل منها دالة أساسية في المنطق المضبب واعتبروها دوائر لا غنى عنها في الحاسبة المضببة المستقبلية .

٧ ـ الخاتمة :

في المنطق المضبب ، تعد دالة الانتساب التدريجية هي درجة الصدق المعتمدة في الاستنتاج الذي له احكام تجعل من قوة الصدق الوظيفي لعمليتي (Min/Max) سنداً لاستنباط القرار الصائب ، فقد أثبتت نظرية المجموعة المضببة ومنطقها جدارتها في معالجة مشاكل الانظمة المعقدة باعطاء دور أساسي لعدم الوضوح المنتشر في التركيب الوظيفي لهذه الانظمة وبتوفير الادوات الطبيعية التي لها المرونة الكافية لترجمة أحكام استنتاج الانسان ، الذي يستخدم الاحكام التجريبية ، الى خوارزمية حسابية ، ولهذا نتائج مفيدة على صعيد تصميم حاسبات لها ذكاء اصطناعي مشابه للذكاء البشري ، لكي تستطيع القيام بالمهمات الصعبة مثل السيطرة على الانظمة المعقدة أو لاتخاذ قرار في ظروف غير واضحة .

٨ ـ المراجع :

1. **B.Raphael: "The Thinking Computer: Mind inside Matter" Freeman and Company, (1976) pp. 134-138.**
2. **L.A Zadeh: "Fuzzy Sets" Information and Control, Vol. 8, (1965), pp. 338-353.**
3. **B.Gaines and L.Kohout "The Fuzzy Decade: A Bibilography of Fuzzy Systems and Closely Related Topics", in: M.Gupta, G.Saridis and G.Gaines,ed,s, Fuzzy Automata and Decision processes North-Holland New York (1977), pp. 621-477.**
4. **A. kandel "Fuzzy Techniques in pattern Recognition" wiley-Interscience publication, (1982), pp. 212-353.**
5. **L.A. Zadeh: "Making Computers Think Like People", IEEE Spectrum, Vol 21, NO.8, (1984) PP. 26-32.**

6- سامي الرماحي : « إستخدام نظرية المجموعة الغامضة في تمييز إنماط تخطيط القلب كهربائياً » ، رسالة ماجستير الجامعة التكنولوجيا ـ قسم هندسة السيطرة والنظم (١٩٨٥) .

7. **M.Al-Tikriti and S.Al-Ramahi: A Fuzzy Approach for some ARABIC Handwritten Characters Computer Recognition", Computer processing of the ARABIC Language (1985) Kuwait.**

8. M.Al-Tikriti and V.S. Bansal: "Recognition of ARABIC Handwritten Numericals using Fuzzy Entropy" Engineering and Technology, Vol. 2, No.2 (1984) pp. 7-20.

9. A.Kandel and W.Byatt: "Fuzzy sets, Fuzzy Algebra and Fuzzy Statistics," Proc. IEEE, Vol. 66. No. 12, (1978), pp. 1619-1639.

10. R.Ragade and M.Gupta: "Fuzzy set Theory: Introduction", in: M.Gupta, G.Saridis and B.Gaines ed s., Fuzzy Automata and Decision Processes, North-Holland, New York, (1977), pp. 105-131.

11. M. Mizumoto and K.Tanaka: "Fuzzy set and their Operations", Information and Control 45 (1981), pp. 30-48.

12. D.Dubois and H.Prade: "Operations in a Fuzzy Valued logic" Information and Control 43 (1979) pp. 224-240.

13. A.Kaufmann: "Introduction to the Theory of Fuzzy subsets": Vol. 1, Academic press, (1975). pp. 191-266.

14. L.Valuerde and E.Trillas: "On Modus Ponens in Fuzzy Logic" Proc of the 15th International Symposium on Multiple-Valued Logic, Canada IEEE (1985), pp. 294-301.

15. A. Kandel and S.Lee : "Fuzzy Switching and Automata: Theory and Application" Edward Acnold, (1979), pp. 56-58.

16. A. Kaufmann: "Progress in Modeling of Human Reasoning of Fuzzy Logic" in: M Gupta, G.Saridis and B.Gaines, ed.s,: Fuzzy Automata and Decision Processes, North-Holl and, New-York (1977), pp. 11-77.

17. E. Mamdani: "Applications of Fuzzy set Theory to Control System: Survey , in: M.Gupta, et al, ed.s, Fuzzy Automata and Decision processes, pp. 77-88.

18. E. Mamdani and B.Sembi: "Process Control using Fuzzy Logic", in: P.Wang and S.Chang, ed.s, "Fuzzy sets:Theory and Applications to Policy Analysis and Information Systems", Plenum press (1980). PP. 249-265.

19. E. Mamdani J.Ostergaard and E.Lembessis: "Use of Fuzzy logic for Implementating Rule-Based Control of Industrial Processes", in: H.Zimmerman, L.Zadeh and G.Gaines, ed.s, "Fuzzy sets and Decision Analysis", North-Holland Publication, (1984), pp. 429-445.

20. L. A.Zadeh: "The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning", Information Science, Part I Vol. 8, pp. 199-249.; (1975)
Part II, Vol. 8, pp. 301-357; Part III Vol.9, pp. 43-86, (1975).

21. B. Gaines: "Foundations of Fuzzy Reasoning" , in: M.Gupta, G Saridis and B. Gaines, ed.s, "Fuzzy Automata and Decision Processes", North Holland Publication, (1977), PP. 19-75.

22. T. Yamakawa, T.Miki and F.Ueno : "The Design and Fabrication of Current Mode Fuzzy Logic Semi-Custom IC in the Standard CMOS IC Technology" , Proc. of The 15th International Symposium on Multiple-Valued Logic Canada, IEEE, (1985), PP. 76-82.

٩ ـ معجم :

Admissible	جدير بالقبول
Axioms	بديهيات
Binary Logic	منطق ثنائي
Common Sense	الحس العام
Criteria	معايير
Compositional Fuzzy Connectives	روابط مضببة مركبة
Conditional Fuzzy Subset	مجموعة فرعية مضببة شرطية
Experts System	نظام الخبراء ، منظومة خبيرة
ECG Screening	تمييز انماط تخطيط القلب كهربائياً
Elasticity	مرونة
Fuzzy Set Theory	نظرية المجموعة المضببة
Fuzzy Logic	منطق مضبب
Fuzzy Connectives	روابط مضببة

Fuzzy Implication	تضمين مضبب
Fuzzy Inference	استنتاج مضبب
Fuzzy Logic Controller	مسيطر مستخدم للمنطق المضبب
Fuzzy Algorithm	خوارزمية مضببة
Fuzzy Union	اتحاد مضبب
Fuzzy Intersection	تقاطع مضبب
Fuzzy Complement	القيمة المتممة المضببة
Fuzzy Relation	علاقة مضببة
Fuzzy Equivalent	تكافؤ مضبب
Fuzziness	الضبابية
Fuzzy Predicate	محمول مضبب
Fuzzy Meta-impliction	« ما بعد » التضمين المضبب
Fuzzy "if -then "Connective"	رابطة اذا كان ـ فإن المضببة
Fuzzy Phrase	عبارة مضببة
Fuzzy Clause	فقرة مضببة
Fuzzy Variable	متغير مضبب
Fuzzy Meta-Language	ما وراء لغوي مضبب
Fuzzy hardware	كيان مادي مضبب
Fuzzy Computer	حاسبة مضببة
Finitie Set	مجموعة محدودة العناصر
Falsify	مدحض
Imprecision	عدم الوضوح
Infinite Set	مجموعة غير متناهية
Law of Self-Contradiction	مبدأ التناقض الذاتي
Law of Excluded Middle	مبدأ استثناء الوسط
Law of Contradiction	مبدأ التضاد
Linguistic Rules	احكام لغوية
Linguistic Approximation	التقريب اللغوي
Linguistic Variable	متغير لغوي
Membership Function	دالة الانتساب
Maximum (Max)	الاعلى ، الحد الاعلى

Minimum (Min)	الادنى ، الحد الادنى
Multi-Valued Logic	المنطق المتعدد القيم
Modifier	الملطف
Propositions	الاخبار
Pattern Recognition	تمييز الانماط
Random Variable	متغير عشوائي
Subjective	ذاتي
Satisfy	متحقق او مقنع
Symbolic Logic	منطق رمزي
Semantics	دلالة الالفاظ
Statement	تصريح
Truth-Functionality	الصدق الوظيفي
Vagueness	الغموض

Minimum (Min)
Multi-Valued Logic
Modifier
Propositions
Pattern Recognition
Random Variable

Subjective
Satisfy
Symbolic Logic
Semantics
Statement
Truth-Functionality
Vagueness